

Corrigés

Cosinus et problèmes - retravailler les notions de 4e pour avancer sereinement en 3e avec le **sinus** et la **tangente** D'UN ANGLE AIGU

EXERCICE 1.

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB= 6cm et BC= 7 cm.

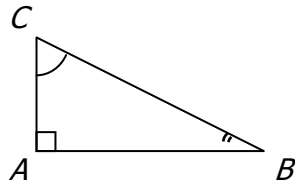
Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{BC}$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{6}{7}$$

$$\cos \widehat{ABC} = 0,857$$

$$\widehat{ABC} \approx 31^\circ$$



EXERCICE 2.

DEF est un triangle rectangle en E , DF= 15 cm et DE= 8 cm

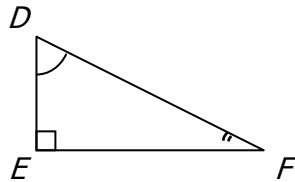
Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{EDF}$:

$$\cos \widehat{EDF} = \frac{DE}{DF}$$

$$\cos \widehat{EDF} = \frac{8}{15}$$

$$\cos \widehat{EDF} = 0,533$$

$$\widehat{EDF} = 58^\circ$$



EXERCICE 3.

IJK est un triangle rectangle en I tel que JK= 10cm et $\widehat{IJK} = 55^\circ$.

Calcul de la longueur de [IJ] :

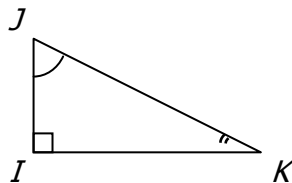
$$\cos \widehat{IJK} = \frac{JI}{JK}$$

$$\cos 55 = \frac{JI}{10}$$

$$0,574 = \frac{JI}{10}$$

$$0,574 \times 10 = JI$$

$$JI \approx 5,7 \text{ cm}$$



EXERCICE 4.

LMN est un triangle rectangle en N tel que LM=11cm et $\widehat{LMN} = 33^\circ$.

Calcul de la longueur de [MN]

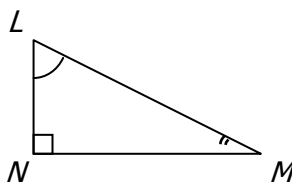
$$\cos \widehat{LMN} = \frac{MN}{ML}$$

$$\cos 33 = \frac{MN}{11}$$

$$0,839 = \frac{MN}{11}$$

$$0,839 \times 11 = MN$$

$$MN \approx 9,2 \text{ cm}$$



EXERCICE 5.

PQR est un triangle rectangle en R tel que PR=45cm et $\widehat{QPR} = 53^\circ$.

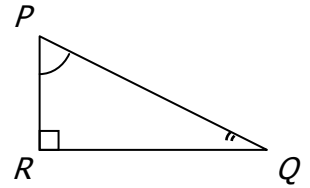
Calcul de la longueur de [PQ] :

$$\cos \widehat{QPR} = \frac{PR}{PQ}$$

$$\cos 53 = \frac{45}{PQ}$$

$$0,602 = \frac{45}{PQ}$$

$$PQ = \frac{45}{0,602} \approx 74,8 \text{ cm}$$



EXERCICE 6.

RST est un triangle rectangle en R tel que RS=13,5cm et $\widehat{RST} = 25^\circ$.

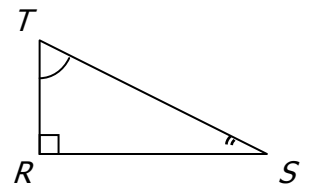
Calcul de la longueur de [ST] :

$$\cos \widehat{RST} = \frac{SR}{ST}$$

$$\cos 25 = \frac{13,5}{ST}$$

$$0,906 = \frac{13,5}{ST}$$

$$ST = \frac{13,5}{0,906} \approx 14,9 \text{ cm}$$



EXERCICE 7.

ABC est un triangle rectangle en A.

Calcul des mesures des angles $\widehat{BC}$ et $\widehat{CB}$

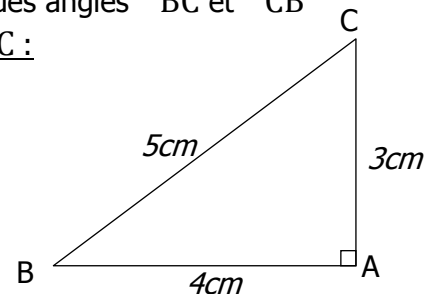
Calcul de l'angle $\widehat{ABC}$:

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \widehat{ABC} = 0,8$$

$$\widehat{ABC} \approx 37^\circ$$



Calcul de l'angle $\widehat{CB}$:

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{CA}{BC}$$

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \widehat{ACB} = 0,6$$

$$\widehat{ACB} \approx 53^\circ$$

Ou bien : on utilise la propriété:

« La somme des angles d'un triangle vaut 180° . »

$$\widehat{ACB} + \widehat{ABC} + \widehat{CAB} = 180$$

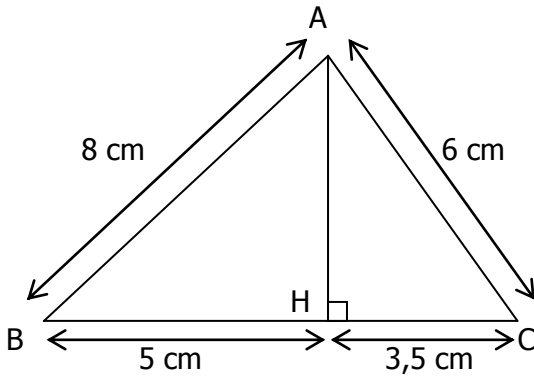
$$\widehat{ACB} + 37 + 90 = 180$$

$$\widehat{ACB} = 180 - 90 - 37$$

$$\widehat{ACB} = 53^\circ$$

EXERCICE 8.

Calculer les mesures des 3 angles de ce triangle :



Calcul de l'angle $\widehat{BC}$:

Dans le triangle ABH, rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{ABH} = \frac{BH}{BA}$$

$$\cos \widehat{ABH} = \frac{5}{8}$$

$$\cos \widehat{ABH} = 0,625$$

$$\widehat{ABH} \approx 51^\circ$$

Donc $\widehat{ABC} \approx 51^\circ$

Calcul de l'angle $\widehat{CB}$:

Dans le triangle ACH, rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{ACH} = \frac{CH}{CA}$$

$$\cos \widehat{ACH} = \frac{3,5}{6}$$

$$\cos \widehat{ACH} = 0,583$$

$$\widehat{ACH} \approx 54^\circ$$

Donc $\widehat{ACB} \approx 54^\circ$

Calcul de l'angle $\widehat{BAC}$:

D'après la propriété: « La somme des angles d'un triangle vaut 180° », dans le triangle ABC, on a :

$$\widehat{ACB} + \widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 180$$

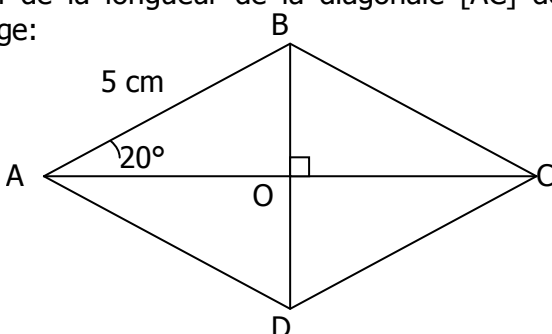
$$54 + 51 + \widehat{BAC} = 180$$

$$\widehat{BAC} = 180 - 54 - 51$$

$$\widehat{BAC} = 75^\circ$$

EXERCICE 9.

Calcul de la longueur de la diagonale [AC] de ce losange:



ABCD est un losange donc ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc **O est le milieu de [AC].**

Autrement dit : **$AC = 2 \times AO$**

Calcul de la longueur du segment [AO]:

Dans le triangle ABO, rectangle en O, on a :

$$\cos \widehat{BAO} = \frac{AO}{AB}$$

$$\cos 20 = \frac{AO}{5}$$

$$0,94 = \frac{AO}{5}$$

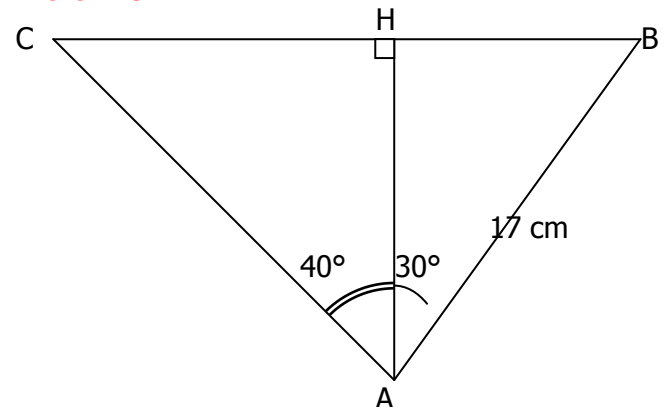
$$0,94 \times 5 = AO$$

$$AO \approx 4,7 \text{ cm}$$

$$AC = 2 \times AO$$

$$\approx 2 \times 4,7$$

$$\approx 9,4 \text{ cm}$$

EXERCICE 10.

a. Calcul de la longueur AH.

Dans le triangle ABH, rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{HAB} = \frac{AH}{AB}$$

$$\cos 30 = \frac{AH}{17}$$

$$0,866 = \frac{AH}{17}$$

$$0,866 \times 17 = AH$$

$$AH \approx 14,7 \text{ cm}$$

b. Calcul de la longueur BH.

Dans le triangle ABH, rectangle en H, on a :

$$\widehat{ABH} = 180 - 90 - 30$$

$$\widehat{ABH} = 60^\circ$$

$$\cos \widehat{ABH} = \frac{BH}{BA}$$

$$\cos 60 = \frac{BH}{17}$$

$$0,5 = \frac{BH}{17}$$

$$0,5 \times 17 = BH$$

$$BH \approx 8,5 \text{ cm}$$

c. Calculer la longueur AC.

Dans le triangle ACH, rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{CAH} = \frac{AH}{AC}$$

$$\cos 40 = \frac{14,7}{AC}$$

$$0,766 = \frac{14,7}{AC}$$

$$AC = \frac{14,7}{0,766} \approx 19,2 \text{ cm}$$

d. Calculer la longueur CH.

Dans le triangle ACH, rectangle en H, on a :

$$\widehat{ACH} = 180 - 90 - 40$$

$$\widehat{ACH} = 50^\circ$$

$$\cos \widehat{ACH} = \frac{CH}{CA}$$

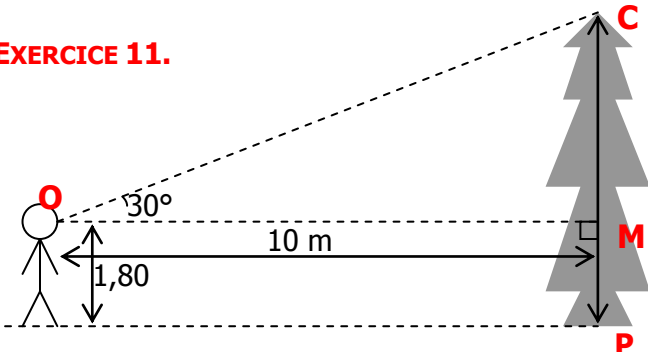
$$\cos 50 = \frac{CH}{19,2}$$

$$0,643 = \frac{CH}{19,2}$$

$$0,643 \times 19,2 = CH$$

$$CH \approx 12,3 \text{ cm}$$

EXERCICE 11.



Un personnage mesurant 1,80m se trouve à 10m du pied d'un arbre. Alors qu'il regarde la cime, son regard fait un angle de 30° avec l'horizontale. Quelle est la hauteur de l'arbre?

La hauteur de l'arbre est égale à la longueur CP.

$$CP = CM + MP$$

On sait que $MP = 1,80 \text{ m}$.

Calculons la longueur CM :

Dans le triangle CMO rectangle en M, on a :

$$\cos \widehat{MCO} = \frac{CM}{CO}$$

$$\widehat{MCO} = 180 - 90 - \widehat{COM}$$

$$\widehat{MCO} = 180 - 90 - 30$$

$$\widehat{MCO} = 60^\circ$$

$$\text{D'où : } \cos 60 = \frac{CM}{CO}$$

Pour calculer ainsi la longueur CM, on a donc besoin de connaître la longueur de l'hypoténuse, CO.

Calcul de CO :

$$\cos \widehat{MOC} = \frac{OM}{OC}$$

$$\cos 30 = \frac{10}{OC}$$

$$0,866 = \frac{10}{OC}$$

$$OC = \frac{10}{0,866}$$

$$OC \approx 11,5 \text{ m}$$

On reprend alors le calcul de CM :

$$\cos 60 = \frac{CM}{11,5}$$

$$0,5 = \frac{CM}{11,5}$$

$$0,5 \times 11,5 = CM$$

$$CM \approx 5,8 \text{ m}$$

Finalement : $CP \approx 5,8 + 1,8 = \underline{7,6 \text{ mètres}}$.